

Matemáticas

NUMEROS RACIONALES E IRRACIONALES

Si usted no es matemático y no tiene ninguna relación con la matemática, las definiciones de número racional y número irracional no le impresionarán demasiado. Número racional es aquel que se puede expresar como cociente de dos números enteros, mientras que número irracional es aquel que no admite una expresión de este tipo. Los números racionales e irracionales, constituyen lo que se conoce como números reales y se pueden expresar en forma decimal y ordenar sobre una línea que se denomina la recta real.

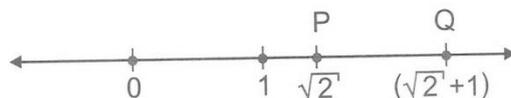
Cuando escribimos $\sqrt{2}$ o cualquier otro número irracional en forma decimal, encontramos que su desarrollo infinito no consiste en un grupo de cifras que se repite periódicamente. Por el contrario, los números racionales tienen sucesiones de dígitos que se repiten. Los números 5.3, 0.875, 0.3846 son todos números racionales, sus cifras decimales se repiten. Las expresiones decimales de $\sqrt{2}$, π , e, no presentan dicha repetición. En el conjunto de todas las expresiones decimales (es decir, en el conjunto de todos los números reales) es mucho más raro que haya una pauta y una repetición que la ausencia de las mismas. La armonía es siempre mucho más rara que la cacofonía.

1. El número real

$0, \bar{5} = \frac{5}{10} + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{5}{10000} + \dots$; es un número:

- A. racional menor que $5/8$.
- B. irracional menor que $5/10.000$.
- C. irracional, porque su expresión decimal es infinita.
- D. racional porque su expresión decimal es infinita no periódica.

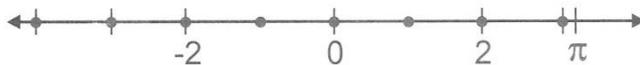
2. En la recta numérica que se muestra, se han localizado dos números reales $\sqrt{2}$ y $(\sqrt{2} + 1)$.



La afirmación "Entre los puntos P y Q es posible ubicar otro número irracional" es

- A. falsa, porque $(\sqrt{2} + 1)$ es el siguiente de $\sqrt{2}$.
- B. verdadera, porque un irracional que está entre P y Q es $\sqrt{3}$.
- C. falsa, porque solo se pueden ubicar racionales entre P y Q.
- D. verdadera, porque un irracional que está entre P y Q es $\frac{(\sqrt{2}+1) - \sqrt{2}}{2}$.

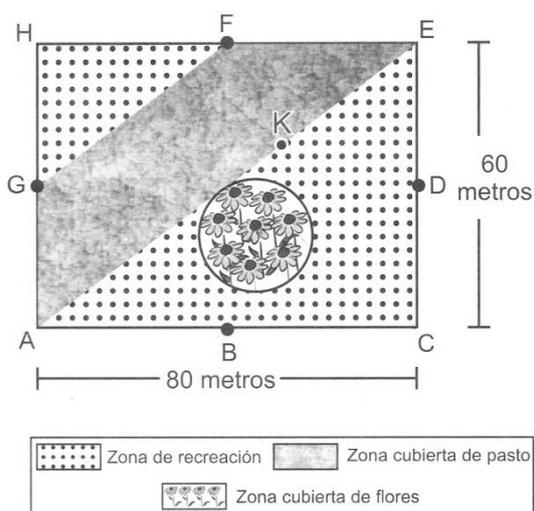
3. En la recta numérica que se muestra, se han ubicado algunos números reales



El número real $\frac{2-\pi}{2}$ está en el intervalo

- A. $(-1,0)$ y es un número irracional.
- B. $(-1,0)$ y es un número racional.
- C. $(-4,-3)$ y es un número irracional.
- D. $(-4,-3)$ y es un número racional.

DISEÑO DE UN PARQUE



En un lote de forma rectangular cuyos lados miden 80 y 60 metros, se va a construir un parque.

La figura muestra el plano del parque. Los puntos B, P, F y G son los puntos medios de los lados del rectángulo ACEH, K es un punto de \overline{AE} tal que \overline{CK} es perpendicular a \overline{AE} .

4. La longitud de \overline{AE} es:

- A. 100 metros.
- B. 140 metros.
- C. $2\sqrt{7}$ metros.
- D. $2\sqrt{35}$ metros.

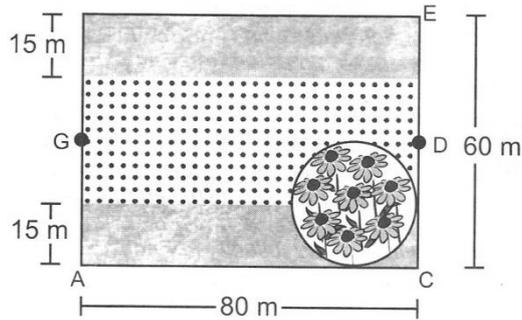
5. El área de la zona cubierta de pasto es

- A. 1800 metros cuadrados.
- B. 2400 metros cuadrados.
- C. 3600 metros cuadrados.
- D. 4800 metros cuadrados.

6. En el plano, la zona cubierta de flores tiene forma circular y es tangente a \overline{AE} y a \overline{CK} . El radio de la zona cubierta de flores es

- A. la mitad de la longitud de \overline{CK} .
- B. el doble de la longitud de \overline{CK} .
- C. la cuarta parte de la longitud de \overline{CK} .
- D. la tercera parte de la longitud de \overline{CK} .

7. A continuación se muestra otra propuesta para la construcción del parque.

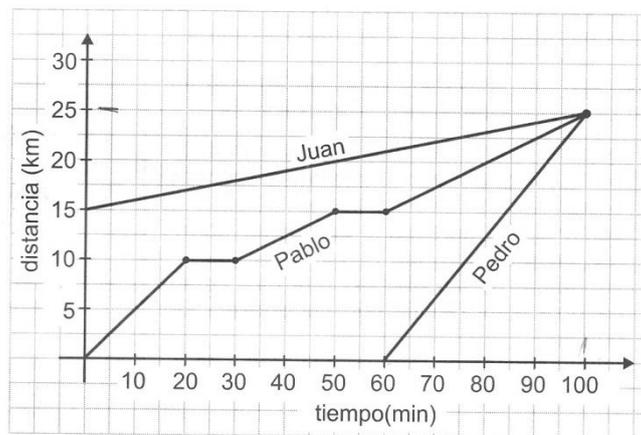


La zona cubierta de flores tiene forma circular y es tangente a \overline{GD} , a \overline{AC} y a \overline{CE} . En esta propuesta el área de la zona cubierta de pasto es

- A. el doble del área de la zona recreacional.
- B. igual al área de la zona recreacional.
- C. cuatro veces el área de la zona cubierta de flores.
- D. el triple del área de la zona cubierta de flores.

ENTRENAMIENTO DE ATLETISMO

La gráfica muestra la distancia recorrida por Pedro, Pablo y Juan durante un entrenamiento de atletismo.



8. De la gráfica anterior se puede afirmar que:

- A. los tres atletas recorrieron la misma distancia.
- B. los tres atletas estuvieron corriendo durante el mismo tiempo.
- C. Pablo recorrió más distancia que Pedro y más que Juan.
- D. Pedro corrió durante menos tiempo que Juan y que Pablo.

9. Durante el entrenamiento, la mayor velocidad que alcanzó Pablo la obtuvo

- A. en los primeros 20 minutos.
- B. entre el minuto 20 y el minuto 30.
- C. entre el minuto 30 y el minuto 60.
- D. en los últimos 40 minutos.

10. La relación entre la distancia d recorrida por Juan y el tiempo t empleado para recorrerla está representada por la ecuación

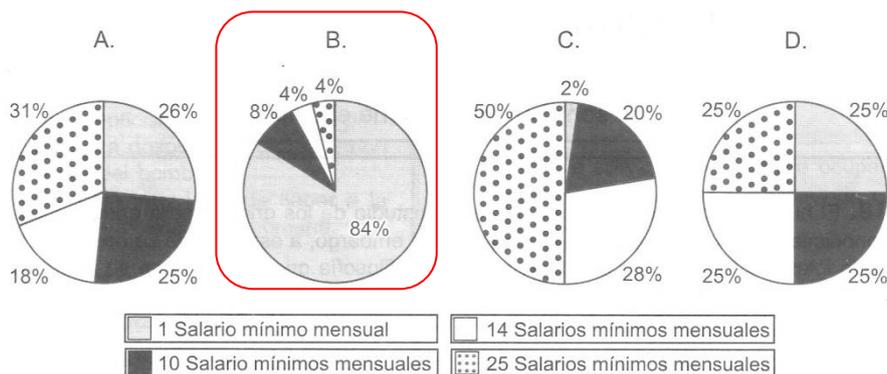
- A. $d=15t+100$
- B. $d=100t+15$
- C. $d=\frac{1}{10}t+15$
- D. $d=10t+100$

SALARIOS

Los salarios mensuales de los 25 empleados de una empresa están distribuidos de la siguiente manera

- 21 empleados ganan 1 salario mínimo mensual
- 2 empleados ganan 10 salarios mínimos mensuales
- 1 empleado gana 14 salarios mínimos mensuales
- 1 empleado gana 25 salarios mínimos mensuales

11. La gráfica que representa correctamente la distribución de los salarios de la empresa



12. El valor que mejor representa el conjunto de datos sobre el salario mensual del grupo de empleados es

- A. 1 salario mínimo mensual.
- B. 10 salarios mínimos mensuales.
- C. 14 salarios mínimos mensuales.
- D. 25 salarios mínimos mensuales.

13. En el departamento de producción de la empresa trabajan 4 mujeres y 6 hombres. La edad promedio de las mujeres es 30 años y la de los hombres es 40. La edad promedio de los trabajadores del departamento de producción es

- A. 30 años
- B. 35 años
- C. 36 años
- D. 40 años

DISEÑO DE PLACAS

El Ministerio de Transporte es la institución en Colombia encargada de diseñar y establecer las características de la placa única nacional para los vehículos automotores. A partir de 1990 las placas tienen tres letras y tres dígitos, debajo llevan el nombre del municipio donde se encuentra matriculado el vehículo. Para la fabricación de las placas se utilizan 27 letras y 10 dígitos. La empresa que fabrica las placas ha comprobado que de una producción de 100 placas fabricadas aproximadamente 5 tienen algún defecto.

14. El número total de placas distintas que se pueden fabricar cuya parte inicial sea como se muestra en la ilustración es



- A. 20
- B. 90
- C. 100
- D. 270

15. La primera letra de la placa de los carros particulares matriculados en Bogotá es A o B. El número total de placas que pueden fabricarse para identificar carros particulares matriculados en Bogotá es

- A. $27^2 \times 10^3$
- B. $27^3 \times 10^2$
- C. $2 \times 27^2 \times 10^2$
- D. $2 \times 27^2 \times 10^3$

16. Antes de 1990 las placas que se fabricaban tenían dos letras y cuatro dígitos. La razón entre el número total de placas que pueden fabricarse en la actualidad y el número total de placas que podían fabricarse antes de 1990 es

- A. 8/9
- B. 9/8
- C. 10/27
- D. 27/10

17. Si se escoge al azar una placa de una muestra de 100, la probabilidad de que la placa escogida sea defectuosa es

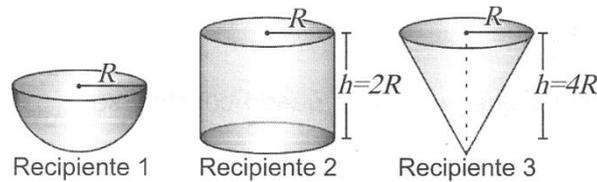
- A. 1/5
- B. 1/20
- C. 1/95
- D. 1/100

18. Para obtener 190 placas no defectuosas el número mínimo de placas que se deben fabricar es

- A. 195
- B. 200
- C. 209

RECIPIENTES

Se tienen los siguientes recipientes, uno de forma semiesférica, uno cilíndrico y otro de forma cónica de radio R y altura h como se muestra en la ilustración



19. Respecto a la capacidad de estos recipientes NO es correcto afirmar que

- A. la capacidad del 2 es el triple del 1.
- B. la capacidad del 3 es el doble del 1.
- C. la capacidad del 3 es la mitad del 1.
- D. la capacidad del 1 es la tercera parte del 2.

20. Si $R = 3$ dm, las capacidades de los recipientes 1, 2 y 3 expresadas en litros, son respectivamente

- A. 6π , 18π y 12π .
- B. $0,6\pi$, $1,8\pi$ y $1,2\pi$.
- C. 18π , 54π y 36π .
- D. $0,18\pi$, $0,54\pi$ y $0,36\pi$.

21. Si el recipiente 2 tiene forma de cilindro circular recto y el material utilizado para construirlo, sin tapa, es 1071 se puede determinar el radio de este recipiente resolviendo la ecuación

- A. $R^2 - 2 = 0$
- B. $R^2 - 10 = 0$
- C. $2R^2 - 5 = 0$
- D. $3R^2 - 5 = 0$

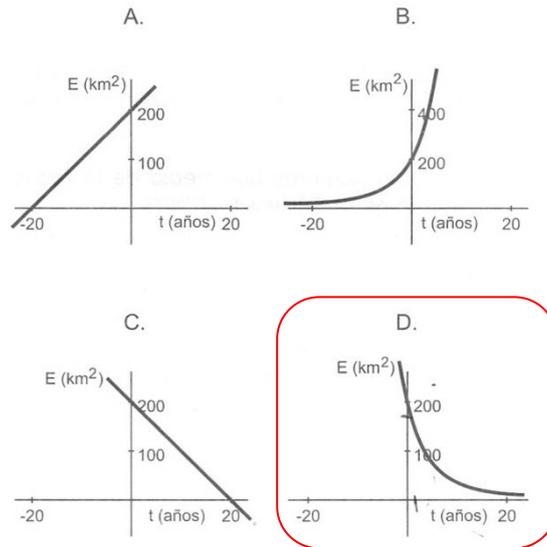
DEFORESTACION

En la última década se ha observado que debido a la deforestación, la extensión de un bosque se ha venido reduciendo aproximadamente en un 10% anual. Actualmente el bosque tiene una extensión de 200 km^2 .

22. El bosque tendrá una extensión menor de 130 km^2 cuando hayan transcurrido

- A. 2 años.
- B. 3 años.
- C. 4 años.
- D. 5 años.

23. La gráfica que representa la relación entre la extensión E del bosque y el tiempo t es



24. La expresión que representa la extensión E del bosque en función del tiempo t es

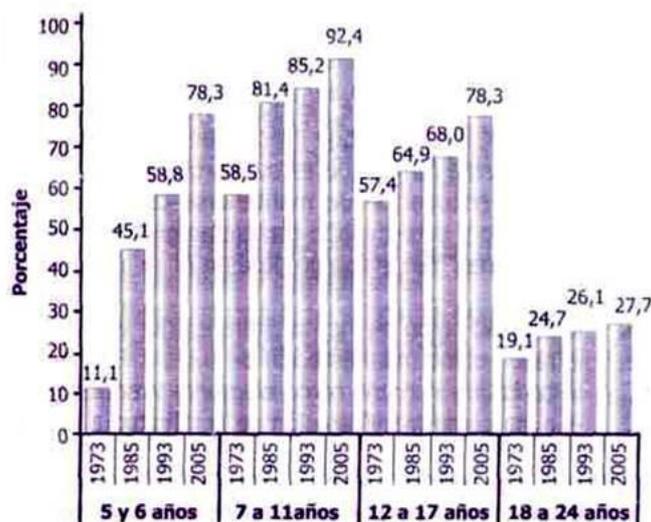
- A. $E = 200(0,9)^t$
- B. $E = 200(0,1)^t$
- C. $E = 200 - 0,2t$
- D. $E = 200 - 0,8t$

RESPONDA LAS PREGUNTAS 25 A 29 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

Censos:

En Colombia en el año 2005 se hizo el último Censo General con el fin de disponer de información precisa, oportuna, confiable e integrada sobre el volumen y composición de la población, los hogares y las viviendas.

En la gráfica se muestran los porcentajes de asistencia escolar para diferentes grupos de edad de la población, entre los años 1973 a 2005.



Fuente: DANE. Boletín. Censo general. 2005. Colombia.

25. En el año 1973, el grupo de edad que presentó mayor porcentaje de asistencia a la escuela fue el de

- A. 5 y 6 años.
- B. 7 a 11 años.
- C. 12 a 17 años.
- D. 18 a 24 años.

26. En la información de la gráfica se observa que los niveles de asistencia escolar han aumentado. Comparando los años 1985 y 2005 puede afirmarse que este incremento es mayor en el rango

- A. 5 a 6 años.
- B. 7 a 11 años.
- C. 12 a 17 años.
- D. 18 a 24 años.

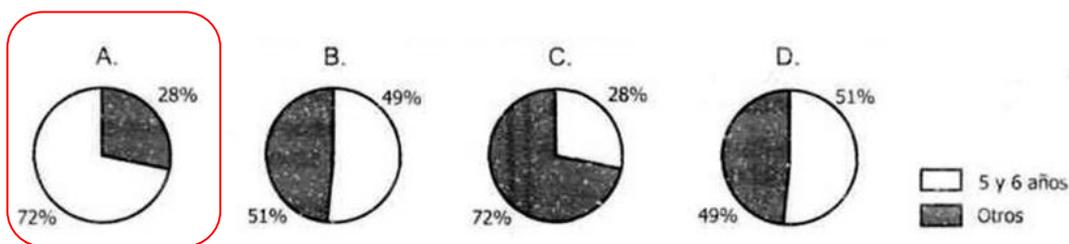
27. El porcentaje de niños entre 5 y 6 años que asistían a la escuela en el año 1985 aumentó

- A. más del 50% con respecto al año 1973.
- B. menos del 11% con respecto al año 1973.
- C. más de 30% y menos de 50% con respecto al año 1973.
- D. más del 11% y menos del 46% con respecto al año 1973.

28. De la información de la gráfica, NO es correcto afirmar que

- A. en 1993 menos del 35% de los jóvenes entre 12 y 17 años estaban fuera del sistema escolar.
- B. en 1985 menos de la mitad de los niños del país entre 5 y 6 años asistían a la escuela.
- C. en el 2005 menos del 8% de los niños entre 7 y 11 años estaba fuera del sistema escolar.
- D. en 1985 menos de las tres cuartas partes de los niños entre 7 y 11 años asistían a la escuela.

29. La gráfica, que representa el porcentaje de incremento de asistencia escolar para el grupo de edad de 5 y 6 años y los demás grupos, entre los años 1993 y 2005 es



RESPONDA LAS PREGUNTAS 30 A 32 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

Experimento con ratones

Para probar el efecto que tiene una vacuna aplicada a 516 ratones sanos, se realiza un experimento en un laboratorio. El experimento consiste en identificar durante algunas horas la regularidad en el porcentaje de ratones que se enferman al ser expuestos posteriormente al virus que ataca la vacuna. Las siguientes gráficas representan el porcentaje de ratones enfermos al cabo de la primera, segunda y tercera hora de iniciado el experimento.



30. Respecto al estado de los ratones con el paso del tiempo NO es correcto afirmar que

- A. al cabo de la primera hora hay 75 ratones sanos.
- B. al cabo de la primera hora hay 129 ratones enfermos.
- C. transcurridas dos horas y media hay más ratones sanos que enfermos.
- D. entre la segunda y tercera hora el número de ratones enfermos aumentó en 6,25%.

31. Observando los datos anteriores y considerando la regularidad en el porcentaje de ratones enfermos, un integrante del equipo de investigación representó en la siguiente gráfica el porcentaje de ratones enfermos al cabo de la cuarta hora de iniciado el experimento.



Esta gráfica NO es correcta porque

- A. la información que se representa corresponde al porcentaje de ratones enfermos al cabo de la quinta hora de iniciado el experimento.
- B. al cabo de la cuarta hora de iniciado el experimento debería haber 3,125% menos ratones enfermos que los representados.

C. la información que se representa corresponde al porcentaje de ratones enfermos al cabo de tres horas y media de iniciado el experimento.

D. al cabo de la cuarta hora de iniciado el experimento debería haber 56,25% de ratones enfermos.

32. Sea t el número de horas transcurridas después de iniciado el experimento. La expresión que representa el incremento en el porcentaje de ratones enfermos entre el tiempo t y un tiempo $(t + 1)$ es

A. $25t$

B. $25 \times 2t$

C. $\frac{25}{2^t}$

D. $25 - \frac{25}{2^{t+1}}$

RESPONDA LAS PREGUNTAS 33 A 37 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

Funciones pares e impares

Una función f es par, si para todo número x en su dominio, el número $-x$ también está en el dominio y se cumple que $f(-x)=f(x)$.

Una función f es impar, si para todo número x en su dominio el número $-x$ también está en el dominio y se cumple que $f(-x) = -f(x)$.

33. Sea $f(x)$ una función par con dominio todos los números reales, tal que $f(1) = 5$ y $f(-2) = 7$. Por ser f una función par, siempre se cumple que

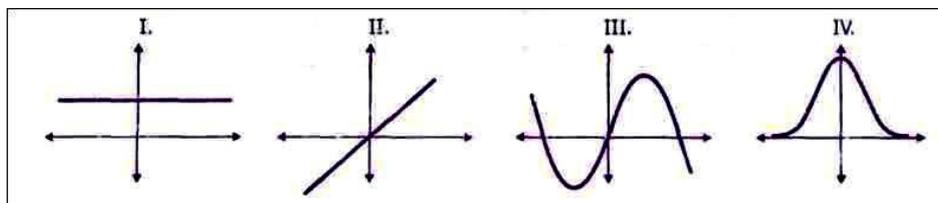
A. $f(-1) = -5$

B. $f(2) = -7$

C. $f(-1) = 5$

D. $f(7) = 2$

34. Observa las siguientes gráficas de algunas funciones:



De las funciones anteriores, son impares las mostradas en las gráficas

A. I y II

B. II y III

C. III y IV

D. I y IV

35. Las funciones $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 9}$ y $g(x) = x^3$ tienen como dominio todos los números reales. De estas funciones, es correcto afirmar que

- A. $f(x)$ es par y $g(x)$ es par.
- B. $f(x)$ es par y $g(x)$ es impar.
- C. $f(x)$ es impar y $g(x)$ es par.
- D. $f(x)$ es impar y $g(x)$ es impar.

36. Sea C un número real y $f(x) = x^2 + C$ una función cuyo dominio son todos los números reales. Esta función es

- A. par, para todo valor de C .
- B. impar, para todo valor de C .
- C. par, sólo si $C=0$.
- D. impar, sólo si $C=0$.

37. Las funciones $f(x)=x^3$ y $g(x)=x^2$ tienen como dominio todos los números reales. La función $f(x)$ es impar y $g(x)$ es par, por lo tanto se cumple que

- A. $f \times g$ es par.
- B. $f + g$ es par.
- C. $g - f$ es impar.
- D. f / g es impar ($x \neq 0$).

RESPONDA LAS PREGUNTAS 38 A 40 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

Inventarios

Un supermercado tiene un sistema de inventario permanente en el que asigna un código a cada uno de los artículos que ofrece en las secciones de ropa, cosméticos y aseo. El código se elige teniendo en cuenta las siguientes condiciones

- Todos los códigos se forman con cinco dígitos.
- No hay dígitos repetidos en cada código.
- Para la sección de ropa se utilizan códigos que comienzan con el número 1 y finalizan con el 7.
- Para la sección de cosméticos el número que se forma al seleccionar el código debe ser divisible por 5

38. Según las condiciones anteriores, un código que NO pertenece a la sección de ropas ni a la sección de cosméticos es

- A. 12347
- B. 98760
- C. 16887
- D. 12475

39. Para la sección de ropas se pueden utilizar en total

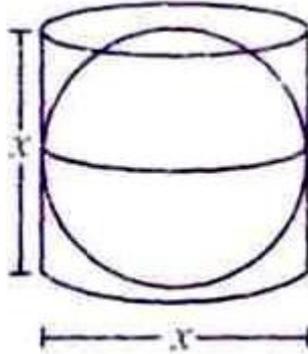
- A. $8 \times 7 \times 6$ códigos distintos.
- B. $10 \times 10 \times 10$ códigos distintos.
- C. $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6$ códigos distintos.
- D. $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 2$ códigos distintos.

40. El número total de códigos que se puede utilizar en el supermercado para codificar los productos de las secciones de ropa, cosméticos y aseo es

- A. $10!$
- B. $5!$
- C. $10! / 5!$
- D. $10! / 5$

RESPONDA LAS PREGUNTAS 41 A 44 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

Arquímedes y sus grandes descubrimientos



Arquímedes fue un gran matemático, físico e inventor, nació en Siracusa (Grecia) en el año 285 A.C El cálculo del volumen de la esfera fue uno de los descubrimientos que Arquímedes más estimaba de todos los que hizo en su vida.

Llegó a demostrar de un modo muy original que el volumen de una esfera es igual a dos tercios del volumen del cilindro circular circunscrito a ella ($V_{\text{esfera}} = 2/3 V_{\text{cilindro}}$), y pidió que en su tumba se tallara una figura como la que se muestra.

41. Si el volumen del cilindro circunscrito es 27π , el volumen de la esfera es

- A. 9π
- B. 18π
- C. 41π
- D. 54π

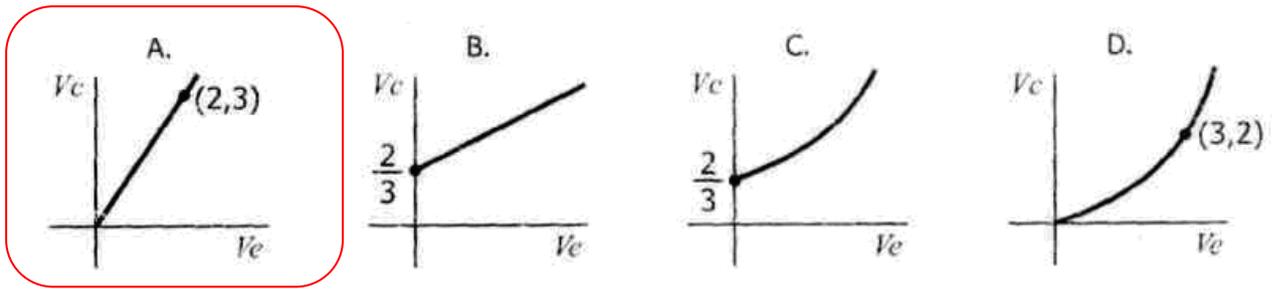
42. La diferencia entre el volumen del cilindro y el volumen de la esfera mostrados en la figura es

- A. $1\pi x^3 / 3$
- B. $2\pi x^3 / 3$
- C. $1\pi x^3 / 6$
- D. $1\pi x^3 / 12$

43. De acuerdo al descubrimiento de Arquímedes, para esferas de diámetro x y cilindros circunscritos a ellas, NO es correcto afirmar que el volumen de

- A. dos cilindros es igual al volumen de tres esferas.
- B. tres cilindros es igual al volumen de dos esferas.
- C. un cilindro es igual al volumen de tres semiesferas.
- D. dos cilindros es igual al volumen de seis semiesferas.

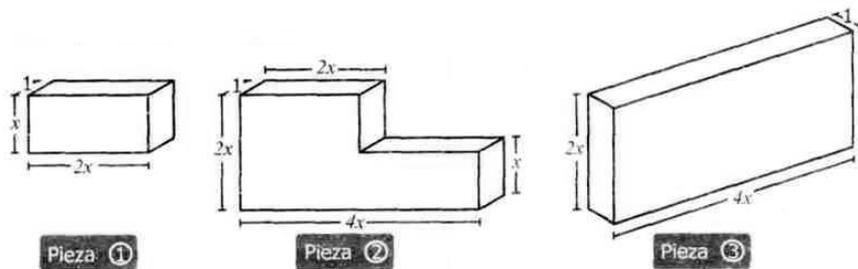
44. La gráfica que relaciona el volumen de una esfera (V_e) con el volumen del cilindro (V_c) circunscrito a ella es



RESPONDA LAS PREGUNTAS 45 A 48 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

Rompecabezas tridimensional

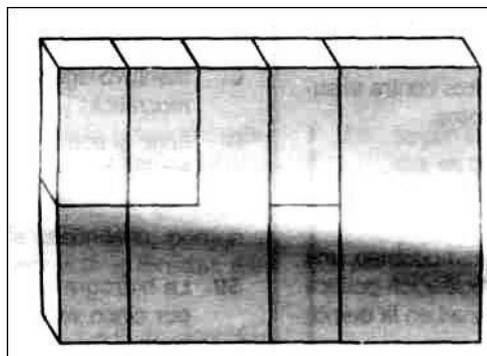
Las siguientes son piezas de un rompecabezas tridimensional



45. La expresión que representa el volumen de la **Pieza 1** es

- A. $6x^2$
- B. $8x^2$
- C. $8x^3$
- D. $16x^3$

46. Utilizando piezas **1**, **2** y **3** con $x=1$, se armó la siguiente figura.

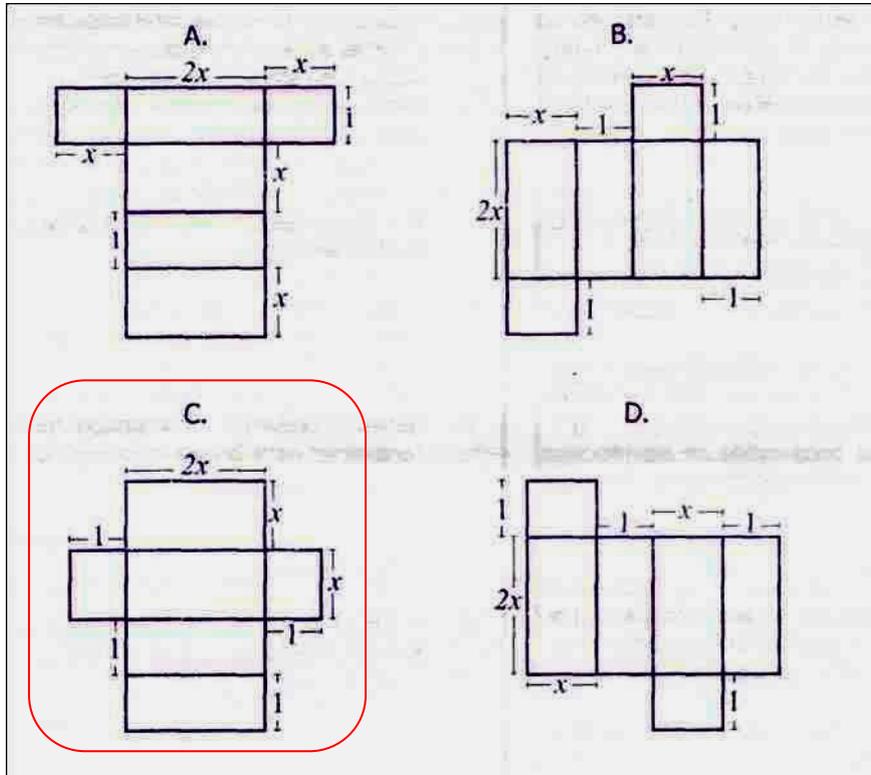


El perímetro y el área de la cara sombreada son respectivamente

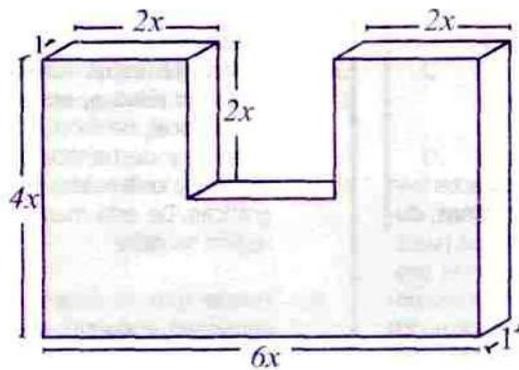
- A. 10 cm y 20 cm^2
- B. 16 cm y 32 cm^2

- C. 20 cm y 24cm^2
- D. 23 cm y 34cm^2

47. La figura que NO representa un desarrollo plano de la **Pieza ①** es



48. Utilizando algunas piezas de tipo **①**, **②** o **③** se armó la siguiente figura.



Esta figura NO puede ser armada si se utilizan

- A. dos piezas **①** y dos piezas **③**.
- B. tres piezas **①** y dos piezas **②**.
- C. seis piezas **①** y una pieza **③**.
- D. cuatro piezas **①** y dos piezas **②**.